OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 10.02.2024

CLASA a V-a

BAREM DE CORECTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem .**

Problema 1.

Fie: $a+b=2\cdot(1+3+5+......+49)$

$\{2021 + [(405 : 9 – 196 : 7 + 1) : 3 - 5]\cdot (a-b) - 2022\} + 2020 = 2021$

a) Calculați a+b și a-b

b) Determinați numerele naturale a și b care satisfac simultan relațiile de mai sus.

<u>BAREM</u>:

a) $a+b=2\cdot(1+3+5+......+49)$

$a+b=2 \cdot 25^2$..1 p

$a+b =2 \cdot 625=1250$...1 p

$\{2021 + [(405:9 - 196:7 + 1):3 - 5]\cdot (a-b) - 2022\} + 2020 = 2021$

$2021 + [(45 - 28 + 1):3 - 5] \cdot(a-b) - 2022 = 1$...1 p

$2021 + (18:3 – 5)\cdot(a-b) = 2023$ 1p

$(6 - 5) \cdot(a-b) = 2 \Longrightarrow a-b = 2$...1 p

b) $a+b=1250$ și $a-b=2\rightarrow 2a=1252\rightarrow a=626$..1 p

$626+b=1250\rightarrow b=624$ ....1 p

Problema 2.

Arătaţi că următoarele numere sunt pătrate perfecte

$A = 157 + 3 \cdot 160 + 157 \cdot 159$

$B = 6^{25} \cdot 2^{14} + 64^{6} \cdot 3^{24}$

BAREM:

$A = 157 + 3 \cdot 160 + 157 \cdot (160 - 1)$ 1p

$A = 3 \cdot 160 + 157 \cdot 160$ 1p

$A = 160^2$ 1p

$B = 3^{25} \cdot 2^{25} \cdot 2^{14} + (2^6)^6 \cdot 3^{24}$ 1p

$B = 3^{25} \cdot 2^{39} + 2^{36} \cdot 3^{24}$ 1p

$B = 2^{36} \cdot 3^{24}(3 \cdot 2^3 + 1)$ 1p

$B = (5 \cdot 2^{18} \cdot 3^{12})^2$ 1p

Problema 3.

La un turneu de şah au participat băieţi şi fete. Fiecare participant a jucat câte o singură partidă cu fiecare dintre ceilalţi. Fetele au jucat între ele 15 partide. La final, organizatorul concursului a jucat câte o partidă cu jumătate din numărul participanților, numărul total de partide jucate fiind 50.

a) Pot fi 13 participanţi la turneul de șah?

b) Aflați numărul fetelor.

c) Aflați numărul băieților.

BAREM:

a) Numărul participanților trebuie să fie par, deci nu pot fi 13 participanți 2p

b) Notând cu f numărul fetelor avem: $(f-1)\cdot f : 2 = 15 \Longrightarrow (f-1)\cdot f = 30 = 5\cdot 6$........ 1p

Finalizare: $f = 6$ fete 1p

c) Notăm numărul participanților cu x. Pentru că x se împarte exact la 2$\Longrightarrow x = 2\cdot y$ 1p

Avem $(2y-1)\cdot 2y : 2 + y = 50 \Longrightarrow y\cdot(2y-1) + y = 50 \Longrightarrow 2y^2 = 50$ 1p

$y = 5 \Longrightarrow x = 10 \Longrightarrow$ numărul băieților este egal cu 4 ....1p.

Problema 4.

Știind că numărul natural A dă restul 7 prin împărțire la 10, respectiv restul 9 prin împărțire la 11, aflați restul pe care îl dă A prin împărțire la 110.

G.M.11/2023

Barem:

$A = 10 \cdot c_1 + 7$

$A = 11 \cdot c_2 + 9$ 1p

$11 \cdot A = 110 \cdot c_1 + 77$..1p

$10 \cdot A = 110 \cdot c_2 + 90$ 1p

$A = 110 \cdot (c_1 - c_2) + 77 - 90$ ...., 1p

$A = 110 \cdot (c_1 - c_2 - 1 + 1) + 77 - 90 = 110 \cdot (c_1 - c_2 - 1) + 110 + 77 - 90$ ... 2p

Finalizare: $A = 110 \cdot (c_1 - c_2 - 1)$+97 și restul căutat este egal cu 97 .... 1p